

CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH

บทที่ 2: การแปลงและคุณสมบัติพื้นฐานต่างๆของกราฟ

 คลังความรู้.com
Exam & Material online

CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH

TRANSLATION

SCALING

REFLECTION

INTERCEPTION POINT

INTERSECTION POINT



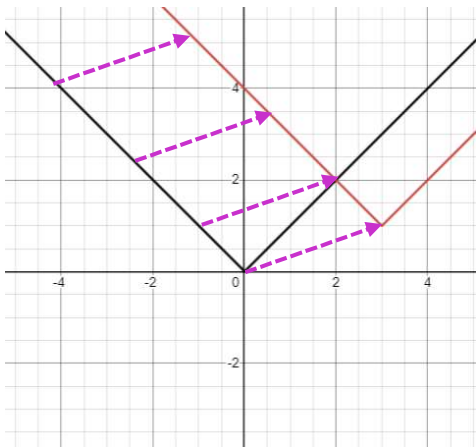
CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH

การแปลงกราฟเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เป็นกระบวนการที่ช่วยให้เราสามารถเปลี่ยนรูปแบบและลักษณะของกราฟได้อย่างง่ายดาย โดยบทที่ 2 นี้จะกล่าวถึงหลักการและวิธีการแปลงกราฟที่สำคัญเช่น การเลื่อน (Translation), การขยายและการบีบอัด (Scaling), การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) รวมถึงคุณสมบัติของกราฟที่สำคัญเช่น จุดตัดแกน (x -intercept, y -intercept) และจุดตัด (Intersection) เป็นต้น

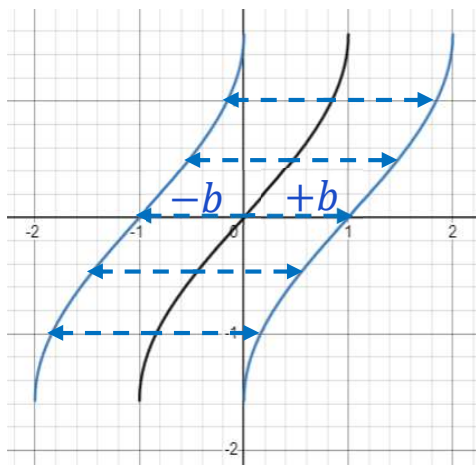
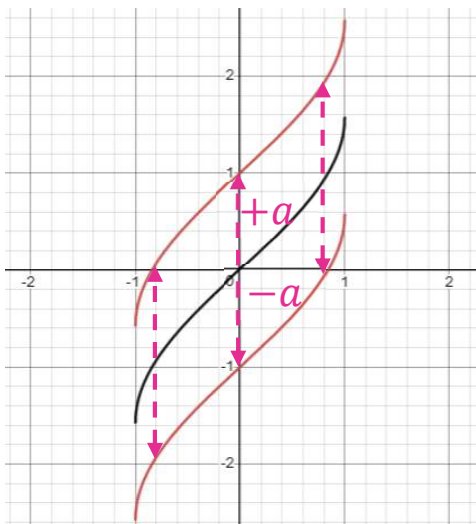
ในส่วนของการแปลงกราฟ จะนำเสนอวิธีการแปลงกราฟด้วยการเลื่อน การขยาย และการหมุน โดยใช้ตัวเลขและสูตรทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายขั้นตอนวิธีการแปลงกราฟแต่ละแบบและสามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ ยังนำเสนอคุณสมบัติของกราฟที่สำคัญ เช่น จุดตัดแกน และจุดตัด ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับกราฟ เช่น การหาจุดตัดของสองกราฟ หรือการหาจุดตัดแกน x หรือแกน y เป็นต้น

CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH



รูปภาพที่ 41 แสดงการเลื่อนของกราฟ

รูปภาพที่ 41 การเลื่อนตามแกน x เป็นระยะ $-b$ และ b รูปภาพที่ 41 การเลื่อนตามแกน y เป็นระยะ $-a$ และ a

TRANSLATION: การเลื่อนกราฟ

“Translation” หรือ “การเลื่อนกราฟ” เป็นการขยับหรือเลื่อนกราฟออกไปที่ตำแหน่งอื่นที่ไม่ใช่ตำแหน่งเดิม การเลื่อนจะทำให้ทุกจุดทุกตำแหน่งเลื่อนไป **พร้อมกันหมด** ที่ต้องพูดแบบนี้เพราะจากประสบการณ์ในการสอนมาจะพบว่าแม้จะทำการเลื่อนกราฟเป็นแต่มีจุดอื่นๆ เป็นต้น ซึ่งรูปแบบของการเลื่อนเราสามารถสังเกตจากรูปแบบเทอมของ x หรือ y ในสมการเงื่อนไขความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันได้ง่ายดังนี้

➤ เลื่อนตามแกน y

$$(y \pm a)^n$$

ความหมายคือ เลื่อนกราฟไปตามแกน y ไปเป็นระยะ $\mp a$ โดยที่ n คือเลขยกกำลังใดๆ

ลักษณะของการเลื่อนจะเป็นแนวตั้งดังตัวอย่าง [รูปภาพที่ 42](#)

➤ เลื่อนตามแกน x

$$(x \pm b)^n$$

ความหมายคือ เลื่อนกราฟไปตามแกน x ไปเป็นระยะ $\mp b$ โดยที่ n คือเลขยกกำลังใดๆ

ลักษณะของการเลื่อนจะเป็นแนวนอนดังตัวอย่าง [รูปภาพที่ 40](#)

สำหรับระยะในการเลื่อนนั้น เราจำเป็นจะต้องจับมาเทียบกับศูนย์ก่อนและทำการย้ายข้างจึงจะได้ระยะจริงๆที่ต้องเลื่อน เช่น

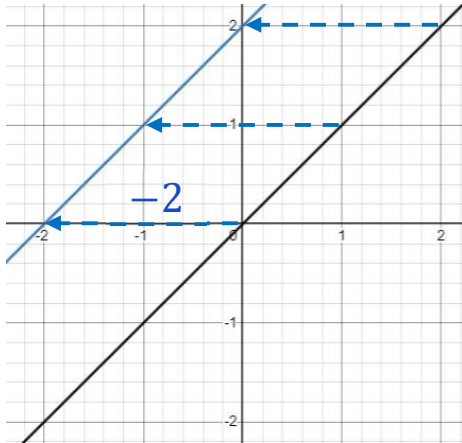
- $y = (x + 2)$

จากสมการเราสามารถวิเคราะห์ได้ว่ามีการเลื่อนไปตามแกน x เพราะที่เทอมของ x มีการบวกด้วยเลข 2 คือ

$$(x + 2)$$

CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH

นำมาเท่ากับศูนย์เพื่อหาระยะเลื่อน



รูปภาพที่ 44

$$(x + 2) = 0$$

$$x = -2$$

ดังนั้นกราฟจะเลื่อนไปตามแกน x จากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ -2 ดังรูปภาพที่ 43

- $(y - 2)^2 = x$

จากสมการเราสามารถวิเคราะห์ได้ว่ามีการเลื่อนไปตามแกน y เพราะที่เทอมของ y มีการบวกด้วยเลข -2 คือ

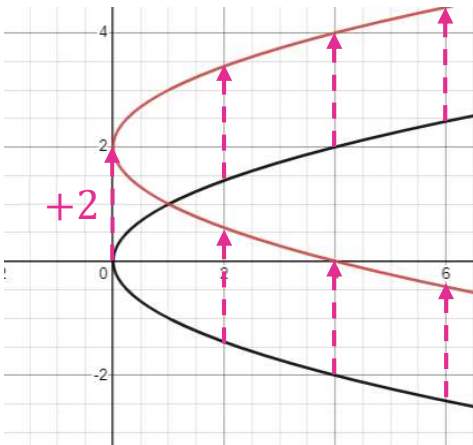
$$(y - 2)^2$$

นำมาเท่ากับศูนย์เพื่อหาระยะเลื่อน โดยที่ไม่ต้องสนใจในการยกกำลัง

$$(y - 2) = 0$$

$$y = 2$$

ดังนั้นกราฟจะเลื่อนไปตามแกน y จากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ 2 ดังรูปภาพที่ 44



รูปภาพที่ 44

- $y + 1 = \frac{1}{x+2}$

จากสมการเราสามารถวิเคราะห์ได้ว่ามีการเลื่อนไปตามแกน x และ y เพราะที่เทอมของ x และ y มีการบวกด้วยเลข 1 และ 2 ตามลำดับ คือ

$$(x + 2) \text{ และ } (y + 1)$$

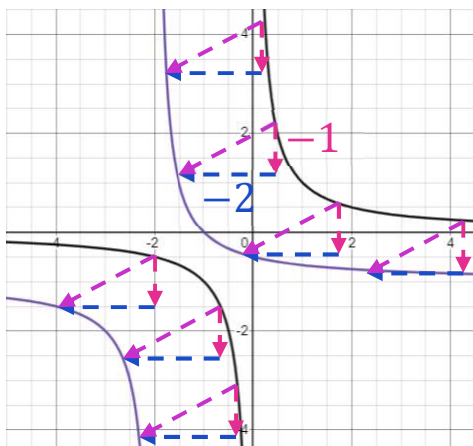
นำมาเท่ากับศูนย์เพื่อหาระยะเลื่อน

$$(x + 2) = 0 \rightarrow x = -2$$

$$(y + 1) = 0 \rightarrow y = -1$$

ดังนั้นกราฟจะเลื่อนไปตามแกน x และ y จากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ -2

และ -1 ตามลำดับดังรูปภาพที่ 45



รูปภาพที่ 44

บางคนเมื่อฝึกการหาระยะเลื่อนข้างต้นจนชำนาญแล้ว จะสังเกตพบว่าเราสามารถหาระยะแกนตามแกนต่างๆได้ด้วยการสังเกตได้ โดยเพียงนำตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับการเลื่อนมากลับเครื่องหมายก็จะได้ระยะเลื่อนทันที เช่น

- $y = (x + 0.5)^2$

ระยะเลื่อนตามแกน x จากตำแหน่งเดิมไป -0.5 หน่วย

CHAPTER 2: TRANSFORMATION RULES AND PROPERTIES OF GRAPH

- $(y - 8)^2 = x$

ระยะเลื่อนตามแกน y จากตำแหน่งเดิมไป **8** หน่วย

- $y + 1 = \frac{1}{x+2}$

ระยะเลื่อนตามแกน x จากตำแหน่งเดิมไป **-2** หน่วย

ระยะเลื่อนตามแกน y จากตำแหน่งเดิมไป **-1** หน่วย

- $y = 8\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

ระยะเลื่อนตามแกน x จากตำแหน่งเดิมไป **$-\frac{\pi}{2}$** หน่วย

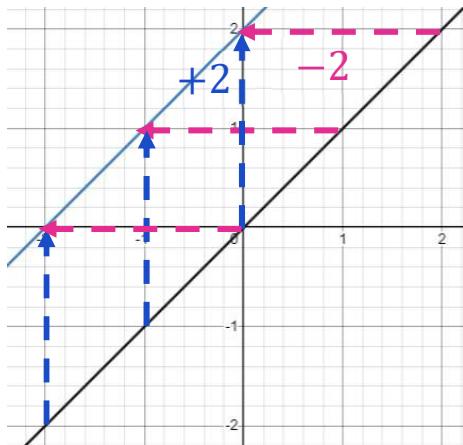
- $y = e^x + 2$

สำหรับสมการนี้จะเห็นว่า **2** นั้นเหมือนจะอยู่ในเทอมของ x แต่จริงๆ ไม่ได้
เป็นไปตามนั้นเนื่องจาก x เป็นเลขชี้กำลังของ e ดังนั้นจึงไม่ได้อยู่ในเทอม
ของ x และลองจัดรูปใหม่โดยย้าย **2** ไปอีกฝั่ง

$$(y - 2) = e^x$$

จะพบว่า **2** เป็นเลขที่อยู่ในฝั่งของเทอม y

ระยะเลื่อนตามแกน y จากตำแหน่งเดิมไป **2** หน่วย



รูปภาพที่ 45 กราฟเส้นตรงหรือกราฟที่มีลักษณะตรีโก 1
ไม่ว่าจะเลื่อนในแนวแกนใด ย่อมได้ผลลัพธ์
เหมือนกัน

Quiz: หากเราสังเกตดีๆ ในสมการกราฟเส้นตรง เช่น

$$y = (x + 2)$$

เราลองจัดสมการใหม่กลายเป็น

$$(y - 2) = x$$

สรุปแล้ว **2** เป็นระยะเลื่อนตามแกนไหนกันแน่?

Ans: สำหรับกราฟเส้นตรงหรือกราฟอื่นๆที่มีตรีโกเป็น 1 นั้น ไม่ว่าจะเลื่อนตามแกน
ไหนที่ระยะเท่ากันย่อมให้ผลลัพธ์เหมือนกันขึ้นอยู่กับมุมมองแต่ละคน ดังนั้นจากสมการ
 $y = x + 2$ จริงๆเราสามารถตอบได้ 2 ลักษณะคือ

$$y = (x + 2) \rightarrow \text{เลื่อนตามแกน } x \text{ ไปเป็นระยะ } -2 \text{ หน่วย}$$

หรือ

$$(y - 2) = x \rightarrow \text{เลื่อนตามแกน } y \text{ ไปเป็นระยะ } +2 \text{ หน่วย}$$